

# LA PROGRAMMAZIONE LINEARE O OTTIMIZZAZIONE

*“Come un algoritmo può risolvere problemi di vita quotidiana in particolare nella musica”*

a cura di  
Ambra Famiglietti e Giusy Ferri

La programmazione lineare ha un ruolo fondamentale tra i metodi risolutivi per i problemi di ottimizzazione. Storicamente questo settore della matematica, strettamente connesso all'economia, risale alla prima metà del XIX secolo, con alcuni studi di Fourier e di Gauss. Ma i primi lavori concreti vengono svolti intorno al 1930 da Kantorovich, in Unione Sovietica, per ottimizzare la produzione di legno di una azienda e successivamente da Dantzig, negli Stati Uniti. Dantzig viene considerato il vero fondatore della programmazione lineare perché propose il primo metodo generale per risolvere un problema di ottimizzazione.

Il metodo ideato, al quale è stato dato il nome di algoritmo del semplice, permette di individuare la soluzione ottimale in un insieme di soluzioni ammissibili per un problema.

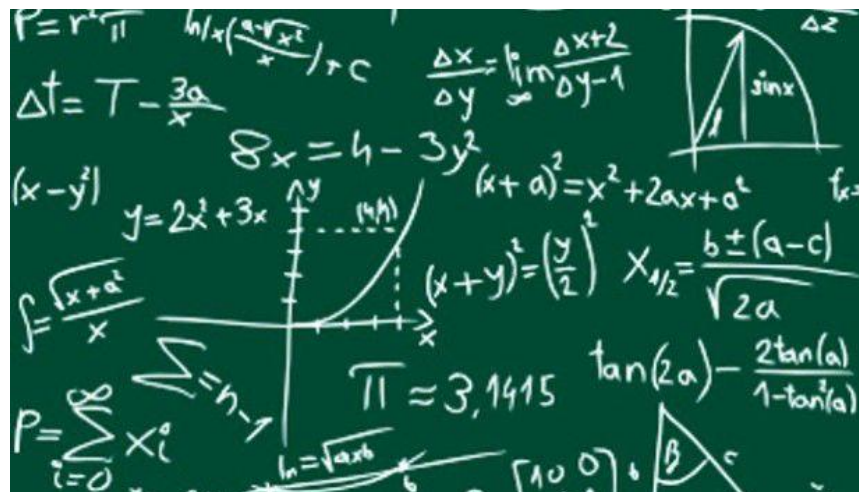


Il termine algoritmo (dal nome “Al-Khwaritzmi” del matematico persiano autore del testo Kitāb al-djabr wa 'l-muqābala dai cui deriva la parola algebra) indica una successione di istruzioni che operano su oggetti che sono rappresentazioni simboliche di dati<sup>1</sup>. Un algoritmo può essere trasformato in un programma eseguibile da un calcolatore elettronico.



Al-Khwaritzmi (x-850 d.C.)

Grazie allo sviluppo del computer, è possibile risolvere problemi anche molto complessi, che coinvolgono un numero elevato di variabili.



<sup>1</sup> cioè è una successione di istruzioni che devono fornire un risultato con un numero limitato di passaggi



# L'OTTIMIZZAZIONE E LA MUSICA

## LE SALE DA CONCERTO

Per ottimizzare l'acustica di un ambiente è possibile implementare un algoritmo di simulazione numerica.

Si prendono in esame i materiali fonoassorbenti, si studia la geometria dell'ambiente e si conduce un'analisi al computer che permette di ottimizzare la qualità del suono anche in relazione ai costi previsti.

Si tiene conto degli aspetti di natura impiantistica, architettonica, strutturale e di sicurezza, nell'ambito del finanziamento generale<sup>4</sup> disponibile per l'intervento.

È opportuno che non vi siano soffitti alti o grandi superfici riflettenti che consentano apporti di componenti riflesse che giungano all'ascoltatore con ritardi temporali eccessivi.



Se si tratta di una sala di modeste dimensioni, particolare attenzione verrà dedicata alla verifica delle possibili risonanze con l'aiuto della seguente espressione

$$f = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{c}\right)^2}$$

Dove  $a, b, c$  sono le tre dimensioni della stanza,  $v=343$  m/s è la velocità del suono,  $n_1, n_2, n_3$  sono numeri interi qualsiasi, anche nulli.

Dopo di che si considera un tempo di riverberazione ottimale, che deve rappresentare un compromesso tra la chiarezza del suono, vivezza e pienezza (figure 1 e 2).



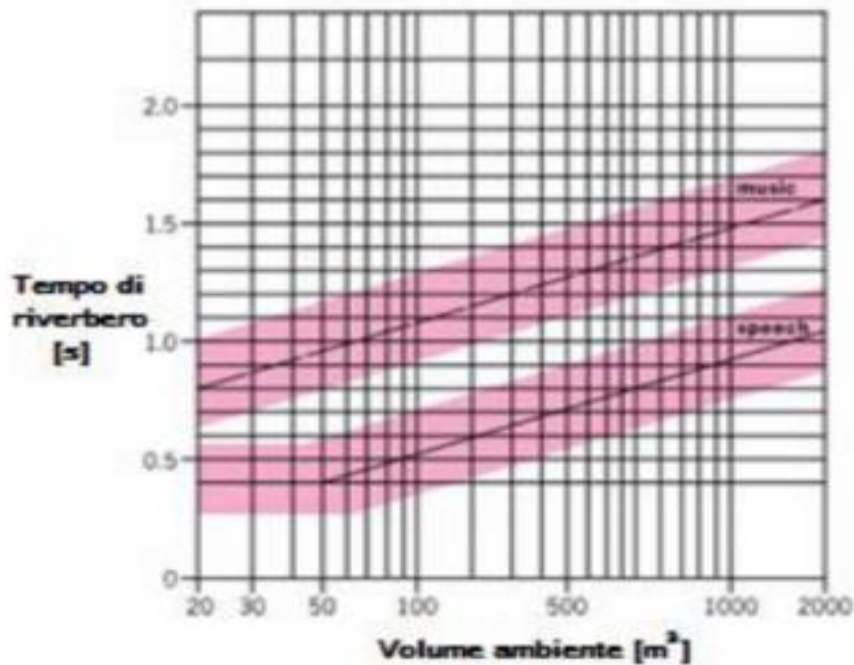


Figura 1

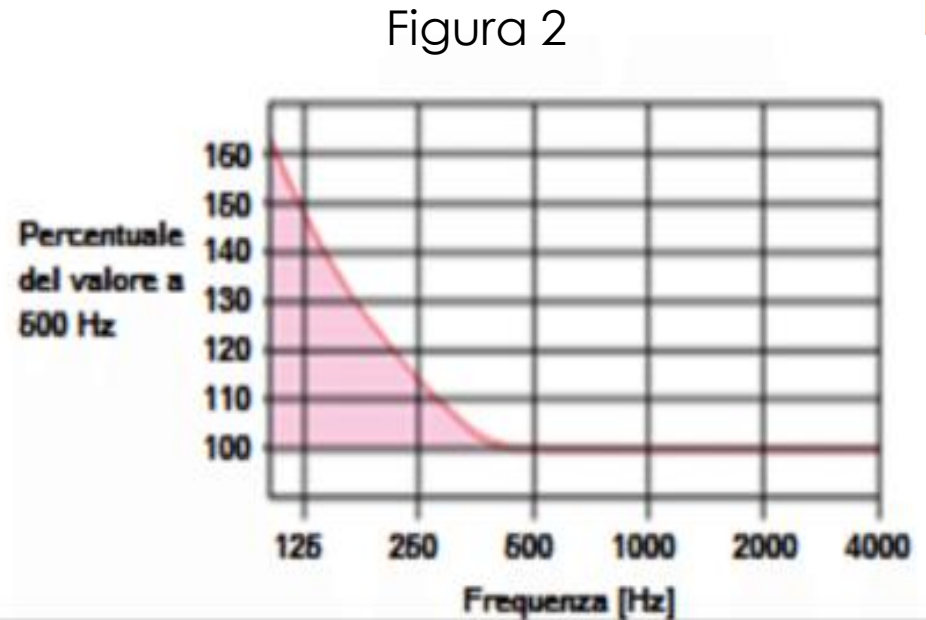


Figura 2

Figura 1 - Tempo di riverberazione ottimale in funzione del volume dell'ambiente

Figura 2 - Variazione del tempo di riverberazione ottimale in funzione della frequenza



Per consentire il calcolo del riverbero è stato necessario anche un algoritmo metrico di simulazione che può essere implementato a partire dalla formula

$$A = \sum_{i=1}^n \alpha_{s,i} S_i + \sum_{j=1}^o A_{\text{ogg},j} + \sum_{k=1}^p \frac{S_k}{S_{\text{config } k}} A_{\text{config},k} + A_{\text{air}} \quad [\text{m}^2]$$

Date

$\alpha_s$  = coefficiente di assorbimento della superficie  $i$  di area  $A$

$A_{\text{ogg}}$  = assorbimento equivalente dell'oggetto  $j$

$A_{\text{config}}$  = assorbimento equivalente della configurazione di oggetti  $k$ , che copre una superficie in pianta  $S$  nel caso reale e  $S_{\text{config}}$  nella prova di laboratorio

$A_{\text{air}}$  = assorbimento equivalente dell'aria



Per concludere, nel rispetto dei limiti del budget economico a disposizione per tale

attività, è necessario seguire le seguenti fasi progettuali:

- analisi dettagliata e studio delle caratteristiche acustiche dell'ambiente oggetto
- dell'intervento grazie all'implementazione di un algoritmo di simulazione numerica, per la determinazione del tempo di riverbero prima della cura;
- individuazione dei parametri acustici ottimali per la destinazione d'uso
- dell'ambiente in esame e relativo calcolo degli assorbimenti ottimali anche in funzione delle frequenze;
- confronto prestazionale tra i principali materiali fonoassorbenti comunemente
- utilizzati e scelta di quelli ottimali per la sala in esame;
- simulazione numerica mediante software di propagazione negli
- ambienti chiusi per il posizionamento ottimo dei pannelli fonoassorbenti;
- indagine di misura al fine di confrontare i risultati ottenuti con quelli simulati;
- analisi dei risultati e successivo test della sala ottimizzata





# UNA STELLA NEL BATTISTERO DI PISA

È noto che nel battistero di Pisa ci sia un'acustica d'ambiente con echi e riverberi molto particolari.

È stato quindi tenuto uno studio sperimentale del monumento per mezzo di sollecitazioni elettro-acustiche, nel quale successivamente si è prevista la realizzazione di un'opera di musica elettronica che esalti le caratteristiche acustiche della costruzione.

Nel corso di questi studi è stata riscontrata nel battistero una particolarità mai rilevata prima: una stella-pentagono regolare come griglia di riferimento per la costruzione di questo monumento.

Inoltre è stato dimostrato che tutta la piazza e i suoi monumenti sono stati concepiti e realizzati sulla base del rapporto di proporzione piuttosto che della misura.

Per questo è stato ricavato che la figura e il rapporto ricorrente nel monumento è la sezione aurea, la *Divina proporzione* che, come scoprì Fibonacci, è uguale a 0,618...

Da ciò deriva un'equazione di secondo grado e una delle sue soluzioni è

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618.....$$



Dopo di che, dopo aver collegato una serie di punti con archi e segmenti abbiamo la formazione della stella (fig. 2).

A questo punto, per confermare la teoria della stella, tramite dei dispositivi a raggio laser viene fatta la misurazione (fig.3): la stella-pentagono costruita sulla sezione aurea è la figura di riferimento adottata per la costruzione.

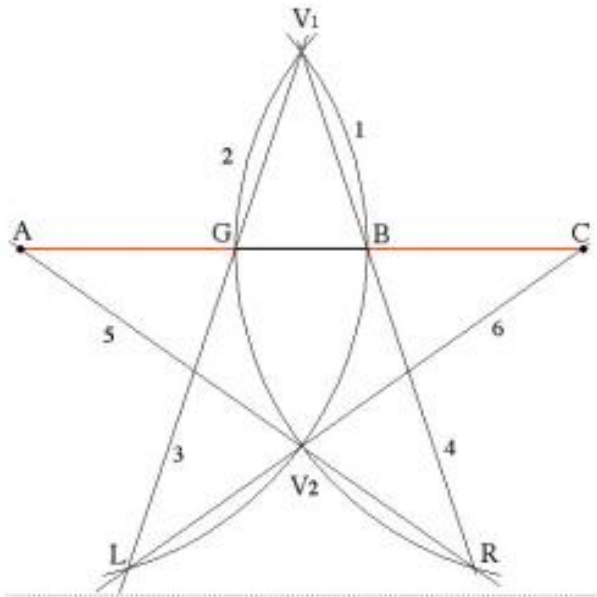


Fig.2

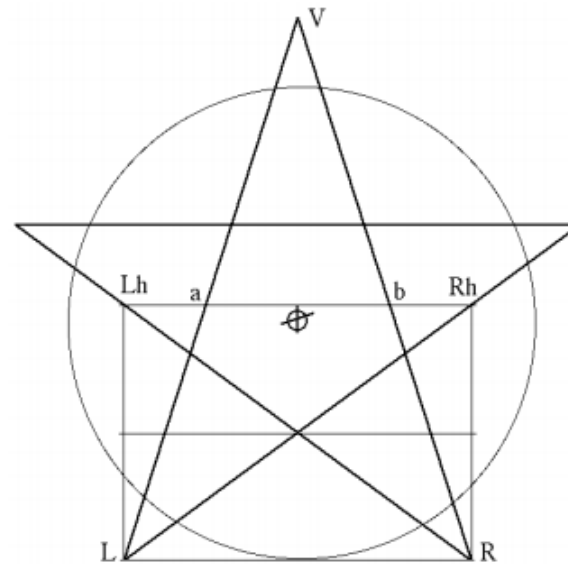


Fig.3



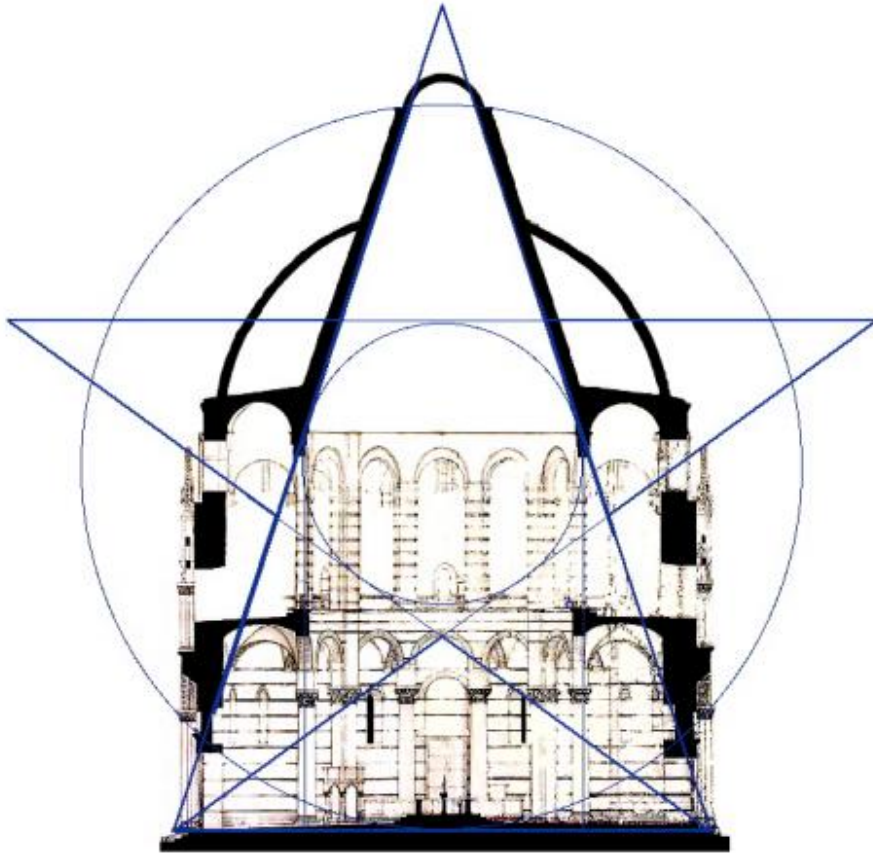


Fig.4

La figura 4 mostra la perfetta coincidenza della griglia con lo spaccato del battistero



# BIBLIOGRAFIA

- [http://www.researchgate.net/publication/281589466\\_Ottimizzazione\\_Acustica\\_di\\_Sale\\_da\\_Concerto\\_il\\_Caso\\_Studio\\_di\\_una\\_Scuola\\_Statale](http://www.researchgate.net/publication/281589466_Ottimizzazione_Acustica_di_Sale_da_Concerto_il_Caso_Studio_di_una_Scuola_Statale)
- [http:// tarabella.isti.cnr.it/stella.pdf](http://tarabella.isti.cnr.it/stella.pdf)
- <http://studiomatematica.altervitsa.org/documenti/programmazione%20lineare.pdf>
- [https://www.google.it/search?q=battistero+pis+&rlz=1C1FDUM\\_enIT479IT479&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj7yebLn5LUAhWKJ8AKHYtvAaAQ\\_AUICigB&biw=1024&bih=677#imgrc=GugR-qpfDZSt2M:](https://www.google.it/search?q=battistero+pis+&rlz=1C1FDUM_enIT479IT479&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj7yebLn5LUAhWKJ8AKHYtvAaAQ_AUICigB&biw=1024&bih=677#imgrc=GugR-qpfDZSt2M:)

