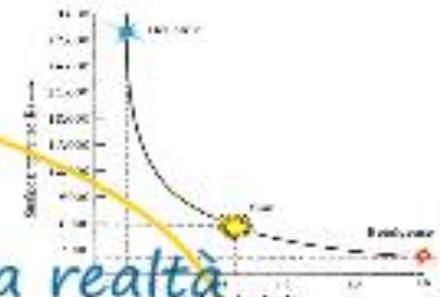
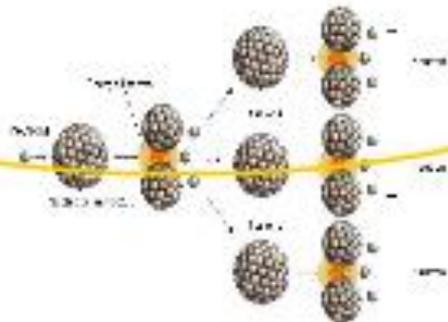
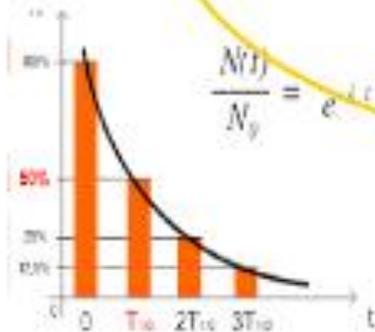


Istituto Tecnico Economico Statale "G. Calò"

Francavilla Fontana (Br)



Modellizzazione esponenziale della realtà
e sorprendenti applicazioni dei logaritmi
Progetto didattico multimediale

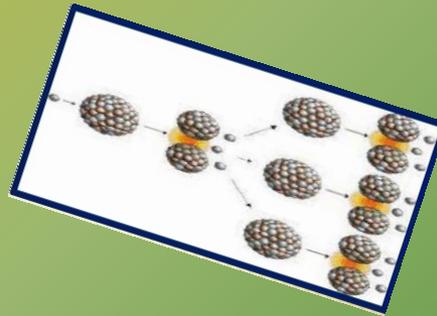
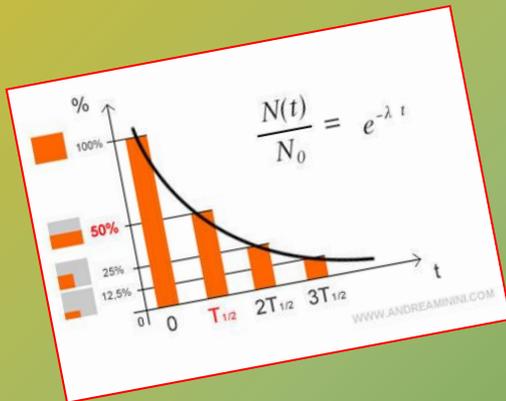


Docenti coordinatori :
Rosaria Trisolino - Cosimo G. Massaro

Motivazione

L'attività progettuale è stata realizzata dagli studenti del secondo biennio e del quinto anno.

Creare scenari di apprendimento in situazione, contesti collaborativi, approcci innovativi, **cross curriculari** ed esperenziali, alla funzione esponenziale e alla funzione logaritmica, è stato il focus del progetto.

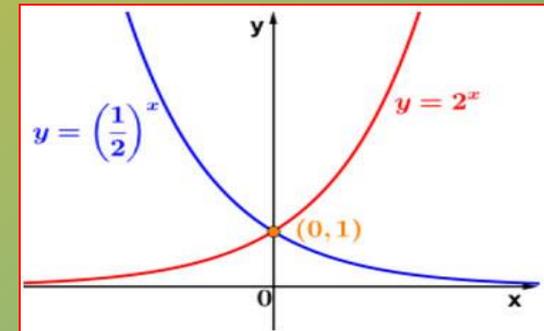


Traguardi di competenze

- acquisire il significato concettuale di modellizzazione matematica, quale strumento efficace per simulare ed interpretare fenomeni reali;
- modellizzare processi di crescita e di decadimento esponenziale nei più svariati ambiti;
- “scoprire” i vantaggi delle scale logaritmiche nella misurazione di grandezze fisiche e chimiche;
- potenziare le competenze di problem solving attraverso l'utilizzo delle tecnologie digitali.

Crescita esponenziale

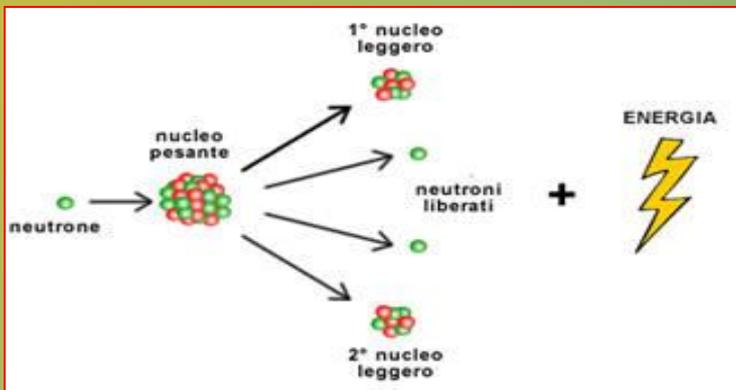
Molti processi di **crescita** o di decadimento presenti in ambito fisico, chimico, economico, biologico, archeologico e demografico, vengono modellizzati da funzioni **esponenziali**



Un approccio legendario alla funzione esponenziale



la richiesta della ricompensa avanzata da Sissa, l'inventore del gioco degli scacchi, al re di Persia: 2^{64} chicchi di riso!



Un processo di crescita esponenziale di neutroni avviene nel fenomeno della **fissione nucleare**

Crescita esponenziale

Il modello di dinamica delle popolazioni, elaborato nel 1798 dall'economista inglese Thomas Robert Malthus, è esponenziale

$$N_t = N_0 e^{kt}$$

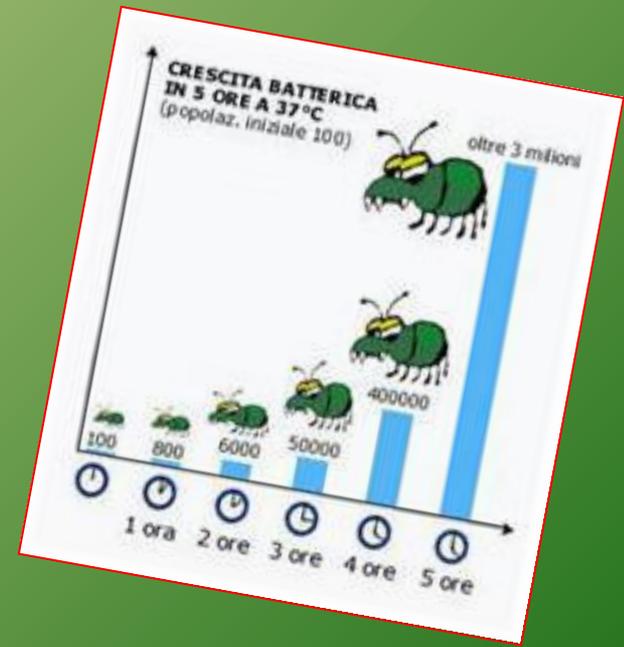
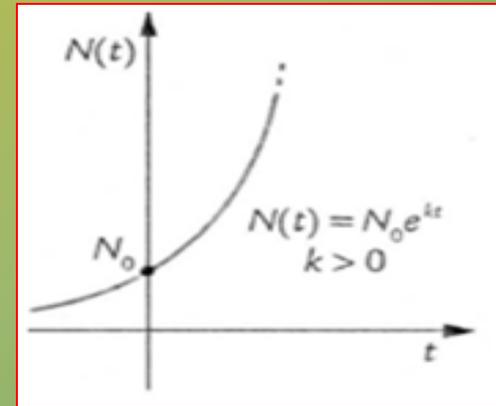
Una straordinaria crescita esponenziale si osserva anche nella riproduzione delle ninfee sulla superficie di uno stagno



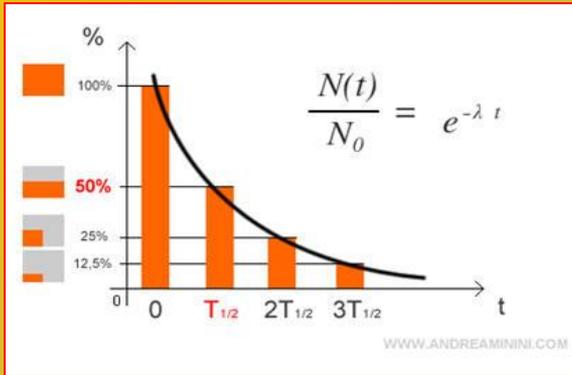
La legge di crescita della popolazione di batteri è espressa dalla funzione esponenziale $N(t) = N_0 2^{kt}$



In economia, le leggi di capitalizzazione composta $M = C(1+i)^t$ e di capitalizzazione continua $M = C e^{\delta t}$ sono espresse da funzioni esponenziali



Decadimento

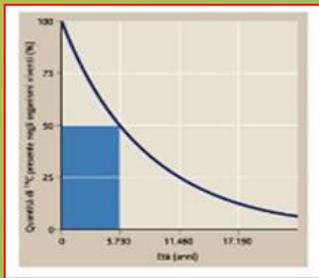
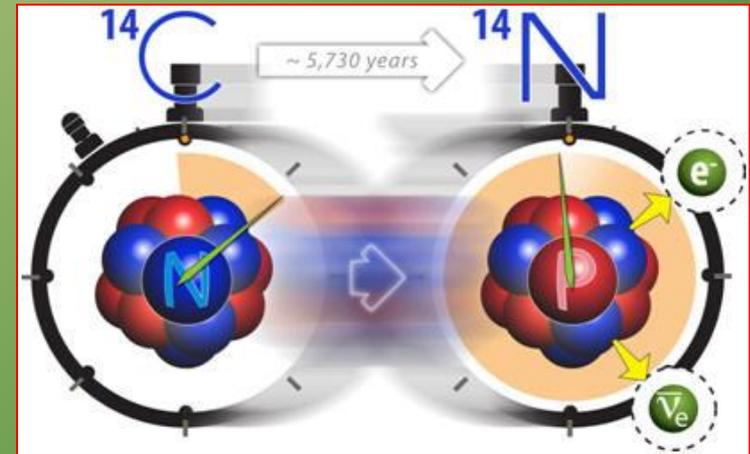


Non solo la crescita, anche la diminuzione di una grandezza può avvenire in maniera esponenziale come si osserva nel fenomeno del decadimento radioattivo.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Un' interessante applicazione del decadimento radioattivo è il metodo della datazione del Carbonio-14, ideato dal chimico americano Willard Libby, al quale fu conferito il premio Nobel nel 1960 per tale scoperta.

Il metodo permette di effettuare la stima dell'età di un reperto organico misurando la quantità di C-14 residua.



Il carbonio -14 è un isotopo instabile, in quanto il nucleo si disintegra emettendo radiazioni, ed ha un tempo di dimezzamento pari a $T_{1/2} \approx 5730 \pm 30$ anni

Applicazioni dei logaritmi

Tutti i nostri sensi vengono rilevati dal cervello su una scala di intensità di tipo **logaritmico**..



La risposta logaritmica dell'udito ci permette di ascoltare il fruscio delle foglie e il rombo di un aereo che decolla.

L'unità di misura dell'intensità del suono è il **decibel** espresso dal logaritmo decimale del rapporto tra il flusso di energia e quello della soglia di udibilità dell'orecchio umano

$$dB = 10 \log \frac{I}{I_0}$$



La risposta logaritmica del nostro occhio agli stimoli luminosi ci permette di percepire il tenue barlume della Nebulosa di Andromeda che il bagliore di una folgore.

Lo splendore delle stelle viene valutato in termini logaritmici attraverso la **magnitudo**, espressa dalla relazione

$$M = -2,5 \log \frac{F}{V}$$

Applicazioni dei logaritmi



In sismologia per descrivere gli effetti di un terremoto si usa la scala ideata dal geofisico americano Richter nel 1935, in base alla quale si calcola la magnitudo, ossia la quantità di energia elastica emessa durante il terremoto, rappresentata dal logaritmo in base 10 del rapporto fra l'ampiezza massima A delle onde registrate dal sismografo, e l'ampiezza A_0 che verrebbe prodotta dal terremoto standard alla stessa distanza epicentrale.

$$M = \log \frac{A}{A_0}$$



In chimica, al fine di quantificare la basicità o l'acidità di una soluzione, si utilizza un numero reale che tenga conto della concentrazione degli ioni idrogeno H^+ in essa presenti.

Tale numero viene chiamato pH ed è l'opposto del logaritmo decimale di tale concentrazione

$$pH = -\log_{10} [H^+]$$

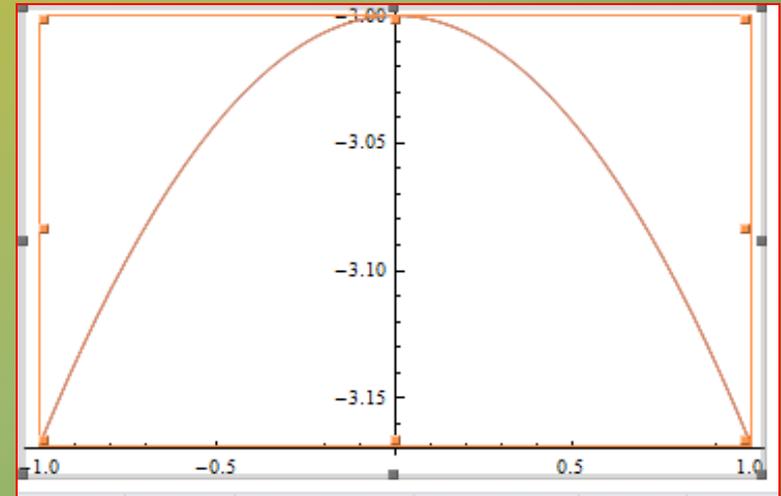
Esponenziali e logaritmi nell'arte

In campo architettonico un'applicazione della funzione esponenziale è la **catenaria**, curva caratterizzata dalla distribuzione uniforme del suo peso totale



$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

Sagrada Família - Barcellona



In campo archeologico un'applicazione dei logaritmi è rappresentata dall'utilizzo del metodo di **datazione del Carbonio-14**. Nel 1994 furono scoperte nella **grotta Chauvet**, in Francia, pitture ed incisioni rupestri di diversi animali, che sono state datate tra 30000 e 32000 anni fa mediante tale metodo.

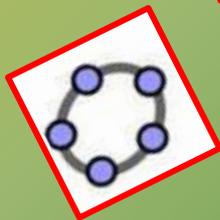


Metodologia

L'approccio laboratoriale ha favorito l'instaurarsi di positive dinamiche relazionali tra pari e tra studenti e docenti.

Efficaci leve motivazionali all'apprendimento sono risultate l'utilizzo della multimedialità e la strategia metodologica del **social learning** nell'implementazione del sito web del progetto. Gli studenti, in una dimensione collaborativa e condivisa, si sono cimentati a progettare layout accattivanti con immagini, gif animate, video e, ai fini di una comunicazione efficace e di un'agile fruizione delle pagine web, hanno elaborato i contenuti in maniera sintetica e dinamica.

L'operatività degli aspetti matematici è stata supportata dall'utilizzo delle potenzialità dei software dedicati: **Geogebra** e **Mathematica**



Ricaduta didattica

Ancorare l'insegnamento della matematica alla realtà, oltre a stimolare l'interesse, la partecipazione attiva, ha sviluppato negli studenti un'attitudine esperenziale nei confronti della matematica, rendendoli più consapevoli della potenzialità del linguaggio matematico.

Il progetto è reperibile all'indirizzo www.esponenzialelog.altervista.org